



Логунов Сергей Алексеевич
Математический факультет УдГУ
Кафедра алгебры и топологии

Название программы – Стипендиальная программа для студентов, аспирантов и преподавателей Erasmus Mundus Action 2 Triple I (Эразмус Мундус Действие 2 Интеграция, взаимодействие и международные организации)

Сроки участия в программе: Август 2011 – Июнь 2012

Страна, город, вуз: Италия, Болонья, Университет г. Болоньи, математический факультет

Одним из важнейших результатов развития математики на определенном этапе явилось возникновение вычислительной техники. В свою очередь, развитие компьютерных наук привело к повышению интереса к фундаментальным вопросам современной математики, в том числе – геометрическому строению основных ее объектов, изучением которого занимается топология. 20 век стал «золотым веком» топологии, временем «топологического бума» в математике. Казалось, что большая часть старых проблем может быть сформулирована на топологическом языке и решена топологическими методами. Хорошим тоном стало использовать топологию во многих классических и далеко не «геометричных» областях математики, в особенно актуальной в последнее время теории графов, программировании,

и даже, в несколько искаженном смысле, в обыденной речи. Такие чисто топологические термины как «связность», «компактность», «непрерывность» и т.д. давно перестали принадлежать одной только математике.

Топологический подход привел к решению одной из наиболее широко известных проблем математики – доказательству великой Теоремы Ферма, многие годы привлекавшей как специалистов так и дилетантов простотой своей формулировки, коварно обещавшей простое решение, оказавшееся в конце концов невероятно сложным, использующим тяжелые топологические методы современной математики. После этого ситуация с Теоремой Ферма стала еще более загадочной, поскольку во времена Ферма эти методы были далеки от своего возникновения и сам Ферма никак не мог ими воспользоваться. Между тем, когда Давида Гильберта спросили, почему он не занимается этой проблемой, то величайший математик всех времен и народов, хорошо осознающий сложность вопроса, ответил, что ему пришлось бы изучить слишком много новых для него областей математики, чтобы вплотную приступить к ее решению.

Другим ярким топологическим результатом, полученным в последнее время, стало решение Григорием Перельманом одной из так называемых «7 задач тысячелетия». Для того, чтобы прояснить космогонический смысл одного из ее следствий, проблемы Пуанкаре, вспомним Остапа Бендера, обещавшего беспризорнику «дырку от бублика» и «от мертвого осла уши». По-видимому, второй объект пока еще не нашел своего отражения в математике, зато первый занял в ней вполне определенное и очень серьезное место. Образно говоря, Перельман показал, в частности, что если наша вселенная не имеет бубликов с дырками, то она топологически эквивалентна трехмерной сфере, то есть отличается от нее лишь размерами. Другими словами, если кто-то сможет представить себе трехмерную сферу, то он вполне сможет отобразить ее на нашу вселенную при помощи каучуковых преобразований, при которых сфера может растягиваться и сжиматься, но не может разрываться и склеиваться.

В определенном смысле 19 век был золотым веком математического анализа. Многие важные результаты начинались следующей фразой «Пусть непрерывная функция определена на отрезке ...». На современном языке она звучит следующим образом: «Пусть непрерывная функция определена на связном компакте...». Одним из классических вопросов математики является вопрос о возможности построения непрерывного продолжения непрерывной функции на объемлющее пространство. Если компактное расширение, то есть компактное пространство, содержащее исходное в качестве всюду плотного подмножества, обладает этим свойством, то оно называется расширением Чеха-Стоуна. Одним из основных объектов в

теоретико-множественной топологии является расширение Чеха-Стоуна счетного дискретного пространства, например, множества натуральных чисел. Теория этого пространства лежит на стыке различных областей математики – топологии, теории множеств, математической логики, особенно форсинга, теории булевых алгебр и т.д. С другой стороны, результаты о его строении проливают свет на многие вопросы перечисленных выше дисциплин. Они много дают также для построения теории расширения Чеха-Стоуна других топологических пространств, например – действительной прямой.

К сожалению, эта тематика не вполне характерна для российской математической школы, но зато хорошо развита в Италии, в частности – в университете города Болоньи. Поэтому трудно переоценить возможность непосредственного контакта, продуктивного общения и совместной работы с итальянскими математиками, предоставленную мне программой обмена между университетами Erasmus Mundus Triple I. За время командировки 2 большие работы, написанные в сотрудничестве с профессором Болонского университета Франческой Каляри, были представлены к опубликованию в журнале «Topology Proceedings», USA. Найдена новая область для исследований – расширения Чеха-Стоуна произведений топологических пространств. Запланировано написание еще некоторого количества совместных работ. Намечены пути сотрудничества по обмену студентами и аспирантами для обучения в Болонском университете. Изучен опыт работы с иностранными студентами – составления программ учебных курсов, кураторства, организации быта, обучения языку, экскурсий и знакомства со страной.

